ECUACIÓN CUADRÁTICA

Objetivo: Resolver ecuaciones cuadráticas.
Instrucciones: Lee con atención la siguiente guía, revisa los links y resuelve los ejercicios al final de la guía.

https://www.youtube.com/watch?v=BxrJmKdPHRs
https://www.youtube.com/watch?v=sdWh5CnYIX4
https://www.youtube.com/watch?v=oXm9s1iFSpw

Problema: Fabricar una caja rectangular cuya altura mide 5 cms y la medida de su largo tiene 5 cm más que su ancho. El volumen es 1.500 cm^3. ¿Cuál es la medida del largo y del ancho de la caja?

Solución:

$$\boxed{V = l \cdot a \cdot h}$$

Sea **x** el ancho
x + 5 el largo
h = 5 la altura

Reemplazando en la fórmula: $(x + 5) \cdot x \cdot 5 = 1.500$

$$(x^2 + 5x) \cdot 5 = 1.500$$

$$5x^2 + 25x = 1.500 \Rightarrow 5x^2 + 25x - 1.500 = 0$$

Para determinar el largo y el ancho debemos resolver la ecuación cuadrática.

DEF: ECUACIÓN CUADRÁTICA: Es una ecuación en la que al menos una de las incógnitas involucradas esta elevada al cuadrado, siendo la mayor potencia de ella.

Forma General de una ecuación cuadrática es:

$$\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$$

con a, b y c números reales y $a \neq 0$

CLASIFICACIÓN DE LAS ECUACIONES CUADRÁTICAS

Una ecuación de segundo grado tiene la forma general:

$$\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$$

y se denomina "Ecuación Cuadrática **COMPLETA GENERAL**"

Si a = 1. La ecuación toma la forma:

$$\boxed{x^2 + bx + c = 0}$$

que se denomina "Ecuación Cuadrática **COMPLETA PARTICULAR**"

Si b = 0. La ecuación toma la forma:

$$\boxed{ax^2 + c = 0}$$

que se denomina "Ecuación Cuadrática **INCOMPLETA PURA**"

Si $c = 0$. La ecuación toma la forma:

$$\boxed{ax^2 + bx = 0}$$

que se denomina "Ecuación Cuadrática **INCOMPLETA BINOMIAL**"

NOTA: Cualquiera sea su forma la ecuación tiene **DOS** soluciones llamadas **RAÍCES** de la ecuación.

ECUACIÓN CUADRÁTICA

- **COMPLETAS**
  - **GENERAL:** $ax^2 + bx + c = 0$
  - **PARTICULAR:** $x^2 + bx + c = 0$
- **INCOMPLETAS**
  - **PURAS:** $x^2 + c = 0$
  - **BINOMIAL:** $x^2 + bx = 0$

EJEMPLOS

CLASIFIQUE LAS SIGUIENTES ECUACIONES CUADRÁTICAS:

1) $x^2 - 3x = 0$: ……………………………………………………….

2) $4x^2 - 8x - 3 = 0$: ………………………………………………

3) $5x^2 - 4 = 0$: …………………………………………………….

4) $x^2 - 3x + 2 = 0$: ……………………………………………..

RESOLUCIÓN ALGEBRAICA DE UNA ECUACIÓN CUADRÁTICA

Una ecuación cuadrática:

$$\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$$

se resuelve a través de la aplicación de la siguiente formula:

$$\boxed{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

EJEMPLOS

Resolver las siguientes ecuaciones cuadráticas:

1) $5x^2 - 17x + 6 = 0$

Solución:

1°) El término que acompaña a la x^2 es $a = 5$, el que acompaña a la x es $b = -17$ y el termino sin incógnita es $c = 6$.

2°) Reemplazamos estos valores en la fórmula y nos resulta:

$$x = \frac{-(-17) \pm \sqrt{(-17)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 6}}{2 \cdot 5}$$

3°) Efectuando operatoria aritmética, regla de los signos:

$$x = \underline{17 \pm \sqrt{289 - 120}} \rightarrow x = \underline{17 \pm \sqrt{169}}$$

10 10

4°) Extrayendo el valor de $\sqrt{169} = \pm 13$ nos queda:

$$x = \frac{17 \pm 13}{10}$$

5°) Separamos el valor de la raíz

$$x_1 = \frac{17 + 13}{10} = \frac{30}{10} = 3 \qquad x_2 = \frac{17 - 13}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = 0{,}4$$

6°) Solución : $x_1 = 3$; $x_2 = 0{,}4$

Método

1° Formula
2°Datos
3°Reemplazar
4° Desarrollar
5° Solución

2) $7x^2 + 21x = 0$
Solución:
1°) El término que acompaña a la x^2 es $a = 7$, el que acompaña a la x es $b = 21$ y el termino sin incógnita es $c = 0$ (no tiene).

2°) Reemplazamos estos valores en la fórmula y nos resulta:

$$x = \frac{-21 \pm \sqrt{21^2 - 4 \cdot 7 \cdot 0}}{2 \cdot 7}$$

3°) Efectuando operatoria aritmética, regla de los signos:

$$x = \frac{-21 \pm \sqrt{441 - 0}}{14} \rightarrow x = \frac{-21 \pm \sqrt{441}}{14}$$

4°) Extrayendo el valor de $\sqrt{441} = \pm 21$ nos queda:

$$x = \frac{-21 \pm 21}{14}$$

5°) Separamos el valor de la raíz

$$x_1 = \frac{-21 + 21}{14} = \frac{0}{14} = 0 \qquad x_2 = \frac{-21 - 21}{14} = \frac{-42}{14} = -3$$

6°) Solución : $x_1 = 0$; $x_2 = -3$

3) $x^2 - 13x + 36 = 0$
Solución:
1°) El término que acompaña a la x^2 es $a = 1$, el que acompaña a la x es $b = -13$ y el termino sin incógnita es $c = 36$.

2°) Reemplazamos estos valores en la fórmula y nos resulta:

$$x = \frac{-(-13) \pm \sqrt{(-13)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36}}{2 \cdot 1}$$

3°) Efectuando operatoria aritmética, regla de los signos:

$$x = \frac{+13 \pm \sqrt{169 - 144}}{2} \rightarrow x = \frac{13 \pm \sqrt{25}}{2}$$

4°) Extrayendo el valor de $\sqrt{25} = \pm 5$ nos queda:

$$x = \frac{13 \pm 5}{}$$

2

5°) Separamos el valor de la raíz

$$x_1 = \frac{13+5}{2} = \frac{18}{2} = 9 \qquad x_2 = \frac{13-5}{2} = \frac{8}{2} = 4$$

6°) Solución **:** $x_1 = 9$ **;** $x_2 = 4$

EJERCICIOS

Encontrar las raíces de las siguientes ecuaciones cuadráticas realizando el desarrollo en cada ecuación:

1) $2x^2 + 7x + 3 = 0$

2) $x^2 - 6x + 5 = 0$

3) $2x^2 + 18x = 0$

4) $x^2 - 121 = 0$

5) $3x^2 - 4x - 7 = 0$

6) $5x^2 - 2x - 3 = 0$

7) $x^2 + 10x + 9 = 0$

8) $2x^2 + 5x - 3 = 0$

9) $7x^2 - 252 = 0$

10) $5x^2 - 10x = 0$

11) $6x^2 + 5x - 1 = 0$

12) $9x^2 - 6x - 8 = 0$

13) $4x^2 - 20 = 0$